# Übungsblatt 1

Signalverarbeitung

Abgabe online im Ilias vor 14:00 Uhr, 20. Mai 2019

**Bonuspunkte** für die Klausur, die durch die Onlinefragen erhalten werden können, werden nur vergeben, wenn das Übungsblatt vollständig ins Ilias hochgeladen wird, d.h. Sie müssen sowohl die Lösungen der Onlinefragen ins Ilias eingeben als auch die Lösungen des Übungsblattes als PDF hochladen.

### Aufgabe 1: Faltung

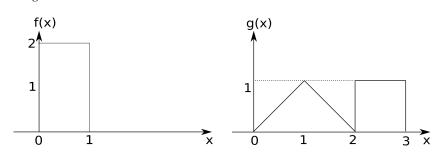
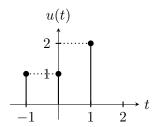
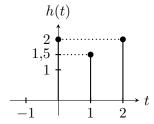


Abbildung 1: Faltung

- a) Bestimmen Sie die Faltung der Funktion f(x) mit sich selbst (f(x) \* f(x)) rechnerisch.
- b) Bestimmen Sie f(x) \* g(x) grafisch.
- c) Bestimmen Sie die diskrete Faltung u(t)\*h(t) grafisch.

$$u(t) = \left\{ \begin{array}{ll} 1 & \text{für} & t = -1 \\ 1 & \text{für} & t = 0 \\ 2 & \text{für} & t = 1 \\ 0 & \text{für} & \text{sonst} \end{array} \right., \quad h(t) = \left\{ \begin{array}{ll} 2 & \text{für} & t = 0 \\ 1, 5 & \text{für} & t = 1 \\ 2 & \text{für} & t = 2 \\ 0 & \text{für} & \text{sonst} \end{array} \right.$$





Onlinefrage Nr. 1: Was ist der größte Wert des Ergebnisses der diskreten Faltung u(x) \* h(x)?

- i) 4,5
- ii) 5,0
- iii) 6,5
- iv) 7,5
- v) 9,0

Aufgabe 2: Digitalisierung von Signalen

Gegeben sei das Signal  $f(t) = \sin(2\pi 200t) + 4\cos(2\pi 300t)$ 

Hinweise:

- $\bullet\,$  Zur Vereinfachung sei in der Zeichnung die Höhe von  $\delta=1$
- Zur Fouriertransformation existieren diverse Konventionen! Lassen Sie sich davon nicht verwirren und verwenden Sie zur Lösung dieser Aufgabe die folgenden Informationen:

Funktion	Fouriertransformierte
$\sin(2\pi f_0 \cdot t)$	$\frac{i}{2}(\delta(f+f_0)-\delta(f-f_0))$
$\cos(2\pi f_0 \cdot t)$	$\frac{1}{2}(\delta(f+f_0)+\delta(f-f_0))$
$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)$	$\frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(f - k/T)$

- a) Zeichnen Sie das komplexe Spektrum der mit 500 Hz abgetasteten Funktion f(t), t in Sekunden.
- b) Welches Phänomen tritt auf, wie kommt es dazu und wie kann verhindert werden, dass es auftritt?
- c) Zeichnen Sie das Betragsspektrum der mit 700 Hz abgetasteten Funktion.

Onlinefrage Nr. 2: Beim Rekonstruieren des Signals aus dem abgetasteten Spektrum aus Aufgabe 2a) entsteht ein Signal mit verfälschter Frequenz. Welche der folgenden Frequenzen sind verfälscht? Beim Ausfüllen der Ilias Onlinefrage geben Sie richtig für die verfälschten Frequenzen an und falsch für die nicht verfälschten Frequenzen.

- i) 0 Hz
- ii) 100 Hz
- iii) 200 Hz
- iv) 300 Hz

### Aufgabe 3: Filtern

a) Gegeben sei die Funktion  $v(t)=\pi\cdot\delta(t)-\frac{\sin(6\omega_0t)-\sin(3\omega_0t)}{t}$  mit der Zeitvariablen t und  $\omega_0>0$ . Die Multiplikation ihrer Fouriertransformierten  $V(\omega)$  mit der Fouriertransformierten eines Signals stellt einen Filter dar. Um welchen Filter handelt es sich dabei? Berechnen Sie für diese Aufgabe  $V(\omega)$  und vereinfachen Sie in geeigneter Weise.

Hinweis.

Die Funktion 
$$f(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$$
 entspricht der Funktion  $f(t) = \mathrm{sinc}(t)$ . Benutzen Sie als Fouriertransformierte von  $g(t) = \mathrm{sinc}(at)$  folgende Funktion:  $G(\omega) = \frac{1}{|a|}\mathrm{rect}(\frac{\omega}{2\pi a})$  mit  $\mathrm{rect}(t) = \begin{cases} 0, & |t| > \frac{1}{2} \\ 1, & |t| \leq \frac{1}{2} \end{cases}$ 

Onlinefrage Nr. 3: Um welches Filter handelt es sich in Aufgabe 3a)?

- i) Hochpass
- ii) Bandsperre
- iii) Tiefpass
- iv) nichts davon

Aufgabe 4: Diskrete Fouriertransformation, Sampling

Die Frequenzauflösung der DFT hängt von der zeitlichen Auflösung ab. Je feiner die zeitliche Auflösung ist, desto gröber ist die Frequenzauflösung und umgekehrt. Berechnet man beispielsweise die DFT über einem gesamten Musikstück, so erhält man detaillierte Informationen über die auftretenden Frequenzen, dies jedoch nur kumuliert über das gesamte Musikstück hinweg. Berechnet man die DFT auf Basis von beispielsweise 100 Werten, so erhält man als Ergebnis ebenfalls 100 Werte. Da das Resultat der DFT symmetrisch ist, trägt nur die Hälfte der Werte Informationen. Somit verteilt sich die Frequenzinformation auf 50 Werte. Betrachten wir zur Verdeutlichung ein Beispiel mit unterschiedlichen Samplingraten, berechnen dabei die DFT aber stets auf Basis von 100 Samples:

Samplingrate	Grenzfrequenz	Frequenzauflösung	Zeitauflösung
1000 Hz	500 Hz	10 Hz	0.1 s
100 Hz	50 Hz	1 Hz	1 s
10 Hz	5 Hz	0.1 Hz	10 s

Es wird deutlich, dass die Frequenzauflösung in einem reziproken Verhältnis zur zeitlichen Auflösung steht.

a) Berechnen Sie die Anzahl N der Samples, die benötigt werden, damit eine DFT eine Frequenzauflösung von 5 Hz erreichen kann, wenn ein Signal mit 48 kHz abgetastet wurde.

**Onlinefrage Nr. 4:** Welche zeitliche Auflösung wird benötigt, damit eine DFT eine Frequenzauflösung von 5 Hz erreichen kann, wenn ein Signal mit 21 kHz abgetastet wurde?

- i) 0,048 s
- ii) 0,2 s
- iii) 1 s
- iv) 5 s



S. Constantin (stefan.constantin@kit.edu) F. Schneider (felix.schneider@kit.edu)

# Übungsblatt 2

Maschinelles Lernen und Klassifikation

Abgabe online in ILIAS bis 14:00, 29. Mai 2019

Bonuspunkte für die Klausur, die durch die Onlinefragen erhalten werden können, werden nur vergeben, wenn das Übungsblatt vollständig in ILIAS hochgeladen wird, d.h. Sie müssen sowohl die Lösungen der Onlinefragen in ILIAS eingeben als auch die Lösungen des Übungsblattes als PDF hochladen.

#### **Aufgabe 1**: Zufallsexperiment

- a) Nehmen Sie eine Stoppuhr und lassen Sie eine andere Person diese starten. Versuchen Sie, ohne die Stoppuhr zu sehen, nach Ablauf von 5 Sekunden "Stopp" zu sagen, woraufhin die andere Person die Uhr stoppt und den darauf angezeigten Wert notiert. Wiederholen Sie den Versuch n mal, ohne die bereits notierten Werte zu betrachten. Wählen Sie einen sinnvollen Wert für n, um einen Naiven Bayes-Klassifikator zu trainieren.
- b) Nehmen Sie an, das Experiment in Teilaufgabe a) unterliegt einem Zufallsprozess, der mit einer Gauß'schen Normalverteilung beschrieben werden kann. Somit lässt sich für jede Person, die den beschriebenen Versuch durchführt, eine spezifische Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion beschreiben. Schätzen Sie die Parameter Ihrer persönlichen Verteilung mit den gemessenen Ergebnissen mit der *Maximum Likelihood*-Methode.
- c) Die in Teilaufgabe b) beschriebene Verteilungsfunktion soll die Wahrscheinlichkeitsdichte für eine Klasse  $\omega_1$  beschreiben. Nehmen Sie an, eine Kommilitonin hat einen ähnlichen Versuch durchgeführt. Aus ihren Messungen ergibt sich eine Klasse  $\omega_2$ , die ebenfalls einer Normalverteilung unterliegt mit dem Erwartungswert  $\mu_2 = 5.1$  und der Varianz  $\sigma_2^2 = 0.6$ .
  - Führen Sie einen einzelnen weiteren Versuch wie beim Zufallsexperiment in Teilaufgabe a) durch und versuchen Sie, mit einem Naiven Bayes-Klassifikator zu ermitteln, ob das Ergebnis zu Ihnen selbst oder Ihrer Kommilitonin passt ( $\omega_1$  oder  $\omega_2$ ). Sie haben dabei die Handschrift analysiert, mit der das Ergebnis notiert wurde; Sie vermuten deshalb von vornherein, dass es mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.4 zu  $\omega_1$  gehört und mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.6 zu  $\omega_2$ .

### Aufgabe 2: Fehlerwahrscheinlichkeit

Für zwei Klassen  $\omega_1$  und  $\omega_2$  mit den A-Priori-Wahrscheinlichkeiten  $P(\omega_1) = \frac{1}{5}$  und  $P(\omega_2) = \frac{4}{5}$  sind die folgenden Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen definiert:

$$P(x|\omega_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$$
 und  $P(x|\omega_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-2)^2}{2}}$ 

- a) Wie hoch ist die Fehlerwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit eines Schwellwerts  $\theta$ , wenn sich eine Entscheidungsfunktion für  $\omega_1$  entscheidet wenn  $x < \theta$  und ansonsten für  $\omega_2$ ?
- b) **Online-Frage Nr. 1:** Wie lautet der optimale Schwellwert  $\theta_{opt}$ ?
  - (i) 0,307
  - (ii) 0,653
  - (iii) 0,542
  - (iv) 0,451
  - (v) 1,000
- c) Berechnen Sie den kleinsten möglichen Klassifikationsfehler.

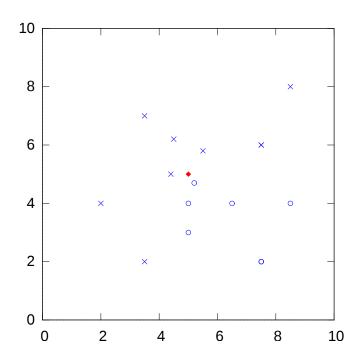
**Hinweis**: Formen Sie die Integrale aus der Funktion zur Berechnung der Fehlerwahrscheinlichkeit aus Teilaufgabe a) so um, dass sich deren Lösungen aus einer Tabelle zur Standardnormalverteilung  $\Phi(z)$  ablesen lassen (z.B. unter

http://de.wikipedia.org/wiki/Tabelle\_Standardnormalverteilung).

d) Sie haben eine Reihe von Messungen durchgeführt und die Messdaten mit einem Naiven Bayes-Klassifikator, bei dem Sie den Schwellwert auf das zuvor errechnete  $\theta_{opt}$  gesetzt haben, klassifiziert. Sie stellen dabei fest, dass die tatsächliche Fehlerrate höher liegt als die in Teilaufgabe c) errechnete Fehlerwahrscheinlichkeit. Warum ist dies so?

# **Aufgabe 3**: *k-Nearest-Neighbors*

Gegeben sei der folgende Datensatz mit zwei Klassen (Kreise und Kreuze). Klassifizieren Sie das mit einer Raute markierte Merkmal an den Koordinaten (5,5) mit dem k-Nearest-Neighbors Algorithmus für k=1 und k=5. Benutzen Sie dabei zur Gewichtung die euklidische Distanz.

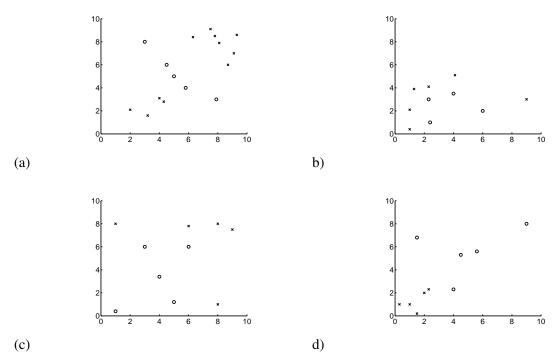


Online-Frage Nr. 2: Wie wird die Raute für k=5 klassifiziert?

- (i) keine Klasse
- (ii) Kreis
- (iii) Kreuz

### Aufgabe 4: Perzeptronen

In den Grafiken (a) bis (d) sind jeweils Datenpunkte zweier Klassen eingezeichnet.



**Online-Frage Nr. 3:** Welche der folgenden Aussagen sind für die jeweils angegebene Abbildung wahr? Bitte alle richtigen Antworten im Online-Formular ankreuzen.

- (i) Abbildung a) Die beiden Klassen sind linear separierbar.
- (ii) Abbildung b) Die beiden Klassen lassen sich mit einem *Multi Layer Perceptron* mit einer versteckten Schicht, die aus zwei Neuronen besteht, trennen.
- (iii) Abbildung c) Nach einer Umrechnung in Polarkoordinaten (ohne Verschiebung) sind die beiden Klassen linear separierbar.
- (iv) Abbildung d) Die beiden Klassen lassen sich mit einem einfachen Perzeptron trennen.

#### Aufgabe 5: Neuronale Netze

Gegeben seien die folgenden Punktwolken mit zweidimensionalen Merkmalsvektoren, die der positiven Klasse A und negativen Klasse B zugeordnet sind:

$$A = \{\vec{a}_1, \vec{a}_2\} = \left\{ \begin{pmatrix} -0.4 \\ 0.8 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -0.8 \\ -0.2 \end{pmatrix} \right\} \text{ und } B = \{\vec{b}_1, \vec{b}_2\} = \left\{ \begin{pmatrix} 0.3 \\ 1.6 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -0.4 \\ 1.5 \end{pmatrix} \right\}.$$

a) Berechnen Sie ein einfaches Perzeptron mit binärer Schwellwertfunktion, das die Klassen A und B trennt. Verwenden Sie den folgenden iterativen Algorithmus:

$$\begin{pmatrix} \vec{w}_{i+1} \\ b_{i+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{w}_i \\ b_i \end{pmatrix} - \sum_{\vec{e} \in E} \left[ \delta_{\vec{e}} \cdot \begin{pmatrix} \vec{e} \\ 1 \end{pmatrix} \right]$$

- $b_i$  entspricht dem Schwellenwert in Iterationsschritt i.
- $\vec{w_i} = \begin{pmatrix} w_{i1} \\ w_{i2} \end{pmatrix}$  ist der Gewichtsvektor im Iterationsschritt i.
- $E_i = \{\vec{e}_{i1}, \vec{e}_{i2}, \dots\} \subseteq \{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{b}_1, \vec{b}_2\}$  ist die Menge aller fehlerhaft klassifizierten Merkmalsvektoren in Iteration i.
- $\delta_{\vec{e}}$  ist das Fehlersignal:  $\delta_{\vec{e}} = -1$  falls  $\vec{e} \in a$  und  $\delta_{\vec{e}} = 1$  falls  $\vec{e} \in b$ .
- Beginnen Sie die Iteration mit den Werten  $\vec{w_0} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$  und  $b_0 = 0$  und skizzieren Sie die Trenngerade nach jeder Iteration i. Der Algorithmus terminiert in Iteration n, sobald alle Punkte richtig klassifiziert werden, d.h.  $E_n = \emptyset$ .
- b) **Onlinefrage Nr. 4**: Welchen Wert erhält man für  $\{w_{n1}, w_{n2}, b_n\}$  wenn der Algorithmus terminiert?
  - i) 3.2, -0.4, -1
  - ii) -0.5, -0.9, 1
  - iii) -0.9, -1.9, 2
  - iv) -1.0, -2.0, 2
  - v) 0.5, 2.8, 0



### Fakultät für Informatik

Übung zu Kognitive Systeme Sommersemester 2019

S. Constantin (stefan.constantin@kit.edu)
F. Schneider (felix.schneider@kit.edu)

# Übungsblatt 3

Maschinelles Lernen und Spracherkennung

Abgabe online im Ilias vor 11:30, 12. Juni 2019

**Bonuspunkte** für die Klausur, die durch die Onlinefragen erhalten werden können, werden nur vergeben, wenn das Übungsblatt vollständig ins Ilias hochgeladen wird, d.h. Sie müssen sowohl die Lösungen der Onlinefragen ins Ilias eingeben als auch die Lösungen des Übungsblattes als PDF hochladen.

# Aufgabe 1: Neuronales Netz: XOR-Problem

- a) Zeichnen Sie ein neuronales Netz mit genau einer versteckten Schicht, welches das XOR-Problem löst. Nehmen Sie hierfür 2 binäre Eingänge und einen binären Ausgang an, die jeweils einen der Werte 0 oder 1 annehmen können. Die Aktivierungsfunktion ist die Sigmoidfunktion.
- b) **Onlinefrage Nr. 1:** Wieviele versteckte Neuronen muss das Netz aus Aufgabe 1 a) mindestens enthalten (d.h., wie viele Knoten enthält die versteckte Schicht), um das XOR-Problem zu lösen? (Hinweis: direkte Verbindungen zwischen Eingabe und Ausgabe seien explizit *nicht* erlaubt).
  - i) 1
  - ii) 2
  - iii) 3
  - iv) 4
  - v) 5

#### **Aufgabe 2**: Neuronales Netz: Autoencoder

Ein Autoencoder ist ein künstliches neuronales Netzwerk, welches eine Repräsentation (ein Encoding) eines Datensatzes lernt, typischerweise mit dem Ziel der Dimensionen-Reduktion. Meist besteht ein Autoencoder aus einem Multilayer-Perzeptron (MLP) mit gleicher Zahl von Eingabe- und Ausgabe-Knoten, und einer versteckten Schicht von geringerer Dimension. Dieses Netz wird dann so trainiert, dass es die Eingabe wieder möglichst genau rekonstruiert. Mit anderen Worten, im Training ist der erwünschte Ausgabe-Vektor gleich dem Eingabevektor.

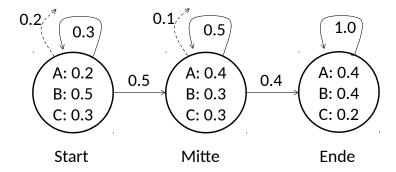
Welche Eigenschaften gelten für einen Autoencoder?

- i) unüberwacht
- ii) überwacht

- iii) nicht-parametrisch
- iv) parametrisch

#### Aufgabe 3: HMM - Forward- / Viterbi-Algorithmus

Gegeben sei das Modell  $\lambda$  wie folgt:



Hinweis: Die Zustandsübergänge summieren sich nicht zu 1, dies ist also kein vollständig beschriebenes HMM. Die implizite Annahme ist hier, dass es noch andere, nicht gezeigte Zustände und entsprechende Übergänge gibt, die jedoch die beobachtete Sequenz nicht erzeugen können und somit für die Aufgabe keine Rolle spielen.

- a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der Zeichenketten  $O_1 = AAB$  und  $O_2 = BAB$  mit dem Forward-Algorithmus, wobei im Start-Zustand begonnen, im Ende-Zustand terminiert und im Start-Zustand  $q_0$  noch kein Symbol emittiert wird (d.h., es kommt immer zuerst ein Zustandsübergang, und erst danach eine Beobachtung).
- b) Welche Zustandskette  $Q=(q_0q_1q_2q_3)$  liefert die maximale Wahrscheinlichkeit  $P(O,Q|\lambda)$  für die Ausgabe  $O_2$  mit  $q_0=Start$  wobei im Startzustand  $q_0$  noch kein Symbol emittiert wird? (Hinweis: Annahme ist wieder, das im Startzustand begonnen und im Endzustand terminiert wird).

Hinweis: Wenden Sie hier den Viterbi-Algorithmus an.

- c) Onlinefrage Nr. 2: Welche Zeichenkette aus Teilaufgabe a) ist wahrscheinlicher?
  - i)  $O_1$
  - ii)  $O_2$
  - iii)  $O_1$  und  $O_2$

# Aufgabe 4: Sprachmodelle

Ein 3-gram Sprachmodell einer formalen Sprache mit dem Vokabular  $V = \{Karlsruher, Institut, f\"ur, Technologie\}$  enthalte die folgenden Wahrscheinlichkeiten.

$w_{i-2}$	$w_{i-1}$	$w_i = Karlsruher$	$w_i = Institut$	$w_i = f\ddot{u}r$	$w_i = \textit{Technologie}$	$w_i = < S >$
n/a	<s></s>	0,5	0,25	0,1	0,1	0,05
<s></s>	Karlsruher	0	0,8	0,05	0,05	0,1
<s></s>	Institut	1	0	0	0	0
<s></s>	für	0	0,9	0	0	0,1
<s></s>	Technologie	0	0,7	0,2	0	0,1
Karlsruher	Karlsruher	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
Karlsruher	Institut	0	0	0,5	0,5	0
Karlsruher	für	0	0,6	0,2	0,1	0,1
Karlsruher	Technologie	0	0,4	0,4	0,1	0,1
Institut	Karlsruher	0	0	0,4	0,4	0,2
Institut	Institut	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
Institut	für	0,1	0,1	0,1	0,1	0,6
Institut	Technologie	0,05	0,05	0,6	0,1	0,2
für	Karlsruher	0,1	0,6	0,1	0,1	0,1
für	Institut	0,3	0	0,1	0,2	0,4
für	für	0	0	0	0	0
für	Technologie	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
Technologie	Karlsruher	0	0,4	0,1	0,1	0,4
Technologie	Institut	0,4	0	0	0	0,6
Technologie	für	0,1	0,4	0	0	0,5
Technologie	Technologie	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

Hierbei steht das Symbol <S> für den Anfang des Satzes und für das Satzende. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Sätze und die dazugehörigen Perplexitäten des Sprachmodells.

#### Hinweis:

Als "Anzahl der Wörter" bei der Berechnung der Perplexität in der Spracherkennung wird oft die Anzahl der Wortübergänge benutzt (bei n-Grammen mit n>1), da diese letztendlich entscheidend für die Wahrscheinlichkeit der Wortsequenz sind. Benutzen Sie zur Berechnung der Perplexität die Formeln für Perplexität und Entropie aus diesem Hinweis und verwenden Sie die Anzahl der Wortübergänge als n in der Berechnung der Entropie. <S> und </S> werden dabei als Wörter angesehen.

Formel für die Berechnung der Wahrscheinlichkeit mit 3-Grammen:

$$\hat{P}(W) = P(w_1, w_2, ..., w_n) = \prod_{i=1}^{n} P(w_i | w_{i-2} w_{i-1})$$

Formel für die Berechnung der Perplexität:

$$PP(W) = 2^{\hat{H}(W)} \text{ mit } \hat{H}(W) = -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} log_2 P(w_i | w_{i-2} w_{i-1})$$

- a) "Karlsruher Institut für Technologie"
- b) "Karlsruher für Technologie Institut"
- c) "Institut Karlsruher Technologie für"
- d) "Für Institut Institut Technologie"

Onlinefrage Nr. 3: Geben Sie die Sätze a)-d) nach absteigender Wahrscheinlichkeit sortiert an.

- i) abcd
- ii) cabd
- iii) badc
- iv) cdba
- v) cdab

#### Aufgabe 5: Wortfehlerrate

Zur Bewertung eines Spracherkenners wird oft die Wortfehlerrate (Word Error Rate, WER) herangezogen:

$$WER = \frac{N_{sub} + N_{del} + N_{ins}}{N}$$

Dabei ist N die Anzahl der Wörter in der Referenz und  $N_{op}$  sind die Anzahl der Wörter, die in der Referenz mit Operation op bearbeitet werden müssen, um die Hypothese zu erhalten.

- Auslassung / Deletion (del): Ein Wort wird aus der Referenz entfernt.
- Einfügungen / Insertion (ins): Ein Wort wird in die Referenz eingefügt.
- Verwechselung / Substitution (sub): Ein Wort in der Referenz wird gegen ein Wort aus der Hypothese ausgetauscht.

Berechnen Sie für die folgenden Sätze die Wortfehlerrate, wenn für die automatisch erkannte Hypothese HYP die Referenz REF gestellt wird. Bei der Rechnung sollen Satzzeichen vernachlässigt werden.

- a) HYP "bluten Morgen wie geht es hier" REF "guten Morgen wie geht es"
- b) HYP "es das Maus ist und groß" REF "das Haus ist blau und groß"
- c) HYP "die automatische Sprache Erkennung ist schwierig es" REF "automatische Spracherkennung ist schwierig"

**Onlinefrage Nr. 4:** Berechnen Sie die Wortfehlerrate für die folgende Hypothese und Referenz. Auch hier sollen die Satzzeichen für die Berechnung vernachlässigt werden.

- d) HYP "Wen essen Sommer wie der Wahn ist, gehen vier Eisen." REF "Wenn es im Sommer wieder warm ist, gehen wir Eis essen."
  - i) 11/9
- ii) 9/10
- iii) 9/11
- iv) 10/11

#### Aufgabe 6: Programmieraufgabe: Dynamische Programmierung

Gegeben sind die korrekte Sequenz (Referenz) " wenn es im Juni viel donnert kommt ein trüber Sommer" und fünf Hypothesen:

- 1) im Juni viel Sonne kommt einen trüberen Sommer
- 2) viel Donner im Juni einen trüben Sommer bringt
- 3) Juni Donner einen Sommer
- 4) im Juni viel Donner bringt einen trüben Sommer
- 5) wenns im Juno viel Donner gibts einen trüben Sommer
- a) Schreiben Sie ein Programm, um die gegebenen Hypothesen mit der korrekten Sequenz auf Wortebene (Editierdistanz auf Wortebene, englisch word edit distance) zu vergleichen. Implementieren Sie dabei eine Zurückverfolgung des Pfades und vergeben Sie Strafpunkte, um dadurch die ähnlichste Hypothese auszuwählen. Dabei sollen übereinstimmende Wörter 0 Strafpunkte bekommen, und substitutions (Ersetzungen), insertions (Einfügungen), und deletions (Auslassungen) jeweils 1 Strafpunkt. Achten Sie darauf, dass ihr Algorithmus case-sensitive arbeitet, d.h. "Donner" und "donner" als 2 unterschiedliche Wörter betrachtet. Welche der 5 Hypothesen ist der Referenz am ähnlichsten?
- b) Modifizieren Sie Ihr Programm, so dass die Ähnlichkeit auf Buchstabenebene bestimmt wird (*character edit distance*). Dazu soll jeder Buchstabe inklusive Leerzeichen als eigenes "Wort" behandelt werden. Welche der 5 Hypothesen ist nun der Referenz am ähnlichsten?
- c) **Onlinefrage Nr. 5:** Nun sei die Anzahl der Strafpunkte für substitutions (*Ersetzungen*) 2 (statt 1), die anderen Strafpunkte bleiben wie zuvor. Welche Hypothese ist nun der Referenz am ähnlichsten (gemessen in Editierdistanz auf Wortebene), und was ist die entsprechende Editierdistanz?
  - i) Hyptothese 4 (Editierdistanz 6)
  - ii) Hyptothese 1 (Editierdistanz 5)
  - iii) Hyptothese 2 (Editierdistanz 5)
  - iv) Hyptothese 3 (Editierdistanz 8)
  - v) Hyptothese 1 (Editierdistanz 8)
  - vi) Hyptothese 2 (Editierdistanz 6)

#### Hinweis:

Die Onlinefrage Nr. 5 kann auch durch manuelles Berechnen der Punktzahlen beantwortet werden, jedoch dürfte eine Implementierung schneller und sicherer sein, da man sich bei diesem Algorithmus leicht verrechnen kann.

#### Anmerkung zur Dynamischen Programmierung

Man kann die dynamischen Programmierung als eine Art Viterbi-Algorithmus ansehen, bei dem statt dem Pfad mit der maximalen Wahrscheinlichkeit der Pfad mit dem höchsten Score gesucht wird.

Die Dynamische Programmierung unterteilt sich in drei Schritte:

1. Die Generierung einer Matrix mit M+1 Spalten auf N+1 Zeilen, wobei M die Anzahl der Wörter der korrekten Sequenz ist, und N die Anzahl der Wörter in der Hypothese. Die erste Zeile und Spalte können bereits mit der Bewertung für ausschließlich Auslassungen bzw. Einfügungen gefüllt werden, siehe Beispiel:

		im	Juni	viel	Donner	bringt	einen	trüben	Sommer
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
im	1								
Juni	2								
viel	3								
Donner	4								
bringt	5								
einen	6								
trüben	7								
Sommer	8								

- 2. Das Füllen der Matrixfelder (engl. scoring) mit dem maximalen Score.
- 3. Das Zurückverfolgen des Pfades (engl. alignment).



## Fakultät für Informatik

Übungen zu Kognitive Systeme Sommersemester 2019

- S. Constantin (stefan.constantin@kit.edu)
- P. Meißner (pascal.meissner@kit.edu)
- D. Reichard (daniel.reichard@fzi.de)
- F. Schneider (felix.schneider@kit.edu)

# $\ddot{ ext{U}} ext{bungsblatt} ext{ 4}$ Grundlagen der Bildverarbeitung

Abgabe online im Ilias vor 14:00 Uhr, 08. Juli 2019

Bonuspunkte für die Klausur, die durch die Onlinefragen erhalten werden können, werden nur vergeben, wenn das Übungsblatt vollständig ins Ilias hochgeladen wird, d.h. Sie müssen sowohl die Lösungen der Onlinefragen ins Ilias eingeben als auch die Lösungen des Übungsblattes als PDF hochladen.

# Allgemeines

Nach der Übung werden die Musterlösungen im Internet zugänglich gemacht. Die Aufgaben werden in der Übung besprochen. Die Reihenfolge der angegebenen Lösungsmöglichkeiten der Online-Aufgaben entspricht nicht zwangsläufig der Reihenfolge der Lösungen im Internet. Weitere Informationen und Kontaktadressen finden Sie auf der Vorlesungsseite.

# Aufgabe 1 – Farbmodell

### 1.a

Bestimmen Sie H, S und I für die in RGB gegebenen Farben  $\mathbf{r} = (1\ 0\ 0)^T$ ,  $\mathbf{g} = (0\ 1\ 0)^T$ und  $\mathbf{b} = (0 \ 0 \ 1)^T$ .

#### 1.b

Bestimmen Sie für die in RGB gegebene Farbe  $\mathbf{f} = (1\ 1\ 1)^T$  den H, S und I-Wert. Erklären Sie, weshalb die Berechnung des H-Wertes nicht möglich ist.

#### Onlinefrage Nr. 1:

Anhand welchen Wertes kann man den Unterschied zwischen Rot und Pastell-Rot erkennen? (a) Hue (b) Saturation (c) Intensity

# Aufgabe 2 – Lochkameramodell

Gegeben sind zwei Kameras. Beide Kameras zeigen in z-Richtung (d.h. ihre Bildebenen sind parallel) und sind nur in x-Richtung zueinander verschoben. Das in der Vorlesung vorgestellte Lochkameramodell in Positivlage soll verwendet werden; es gelten also die Gleichungen für das Lochkameramodell ohne Minuszeichen. Die beiden Projektionszentren der Kameras haben den Abstand  $b=100\,\mathrm{mm}$ . Das Kamerakoordinatensystem jeder Kamera hat seinen Ursprung im jeweiligen Projektionszentrum, die x-Achse zeigt nach rechts, die y-Achse nach unten und die z-Achse nach vorne. Das Bildkoordinatensystem jeder Kamera hat seinen Ursprung in der Mitte des CCD-Chips. Das Weltkoordinatensystem ist identisch mit dem Kamerakoordinatensystem der linken Kamera. Beide Kameras besitzen eine Brennweite von  $f=5\,\mathrm{mm}$ , einen CCD-Chip von  $6.4\,\mathrm{mm}\times 4.8\,\mathrm{mm}$  Größe, mit  $640\times480$  CCD-Zellen. Es kann angenommen werden, dass die einzelnen CCD-Zellen lückenlos aneinander anschließen, quadratisch und gleich groß sind.

### 2.a

Skizzieren Sie die Anordnung. Auf welchen Bildpunkt p(u/v) mit  $u, v \in \mathbb{R}$  der linken Kamera wird der Punkt P(-0.3 m / 0.5 m / 1.0 m) abgebildet?

### **2.**b

Die linke Kamera liefert einen Bildpunkt  $p_l(0 / -125)$  (in Pixeln). Bestimmen Sie die im Kamerakoordinatensystem der linken Kamera definierte Gerade  $g_l$  aller Punkte, die sich auf den Bildpunkt  $p_l$  abbilden. Die rechte Kamera liefert einen Bildpunkt  $p_r(-250 / -125)$ . Bestimmen Sie die im Kamerakoordinatensystem der rechten Kamera definierte Gerade  $g_r$  aller Punkte, die sich auf den Bildpunkt  $p_r$  abbilden. Gehen Sie bei den Berechnungen von einer als Punkt idealisierten CCD-Zelle aus.

#### 2.c

Bestimmen Sie die Koordinatentransformation vom rechten Kamerakoordinatensystem in das Weltkoordinatensystem und berechnen Sie mit deren Hilfe die Darstellung der Gerade  $g_r$  im Weltkoordinatensystem. Berechnen Sie nun den Schnitt der (im Weltkoordinatensystem dargestellten) Geraden  $g_l$  und  $g_r$  und somit die Koordinaten des Punktes S, der sich auf die Bildpunkte  $p_l$  und  $p_r$  abgebildet hat.

### **2.**d

Aufgrund von Bildrauschen wird durch die Bildverarbeitung der Punkt  $p'_l = (0 / -126)$  statt  $p_l$  berechnet. Berechnen Sie die entsprechende Gerade  $g'_l$ . Was hat dies zur Folge? Wie lässt sich dennoch ein 3D-Punkt berechnen? Beschreiben Sie Ihren Ansatz und stellen Sie eine allgemeine Gleichung für die Berechnung der Lösung auf – eine Rechnung mit Zahlen wird nicht verlangt.

#### Onlinefrage Nr. 2:

Wie lauten die Koordinaten des Punktes S aus Aufgabe 2.c (in mm)? (a) (0 / -50 / 200) (b) (0 / 0 / 500) (c) (100 / 50 / 200)

# Aufgabe 3 – Kontrastanpassung

### 3.a

Berechnen Sie das Ergebnisbild nach Ausführung einer Spreizung für die untenstehende Bildmatrix B.

$$B = \left(\begin{array}{cccc} 80 & 80 & 120 & 0\\ 100 & 100 & 120 & 255\\ 100 & 160 & 160 & 120 \end{array}\right)$$

## 3.b

Berechnen Sie das Histogramm H(x) und das akkumulierte Histogramm  $H_a(x)$  für die Bildmatrix B. Berechnen Sie nun das Ergebnisbild nach Ausführung einer Histogrammdehnung. Verwenden Sie dazu die Quantile 0.1 und 0.9. Runden Sie dabei alle Einträge durch kaufmännisches (="normales") Runden auf ganzzahlige Werte.

#### Onlinefrage Nr. 3:

Wie groß ist die Summe aller Einträge der neuen Bildmatrix aus Teilaufgabe (b)? (a) 1341 (b) 1530 (c) 1137

### 3.c

Berechnen Sie das Ergebnisbild nach Ausführung eines Histogrammausgleichs auf B. Runden Sie dabei alle Einträge durch kaufmännisches Runden auf ganzzahlige Werte.

#### Onlinefrage Nr. 4:

Wie groß ist die Summe aller Einträge der neuen Bildmatrix aus Teilaufgabe (c)? (a) 2012 (b) 1829 (c) 1984

# Aufgabe 4 – Filter

### 4.a

Zeigen Sie, dass die Filtermatrix  $\frac{1}{16}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  eine Approximation eines Gauß-Filters mit  $\sigma=0.85$  ist.

### 4.b

Berechnen Sie die Bildmatrix B' durch Faltung der untenstehenden Bildmatrix B mit der Filtermatrix aus Teilaufgabe 4.a. Runden Sie dabei alle Einträge durch kaufmännisches Runden auf ganzzahlige Werte. Für Randpixel von B' soll kein Ergebnis berechnet werden, d.h. berechnen Sie nur die Werte des inneren  $5 \times 9$ -Teils von B'.

### 4.c

Falten Sie die Bildmatrix B' mit einem Sobel-Filter zur Detektion vertikaler Kanten. Berechnen Sie dabei nur die Werte des inneren  $3 \times 7$ -Teils der Ergebnisbildmatrix.

## **4.d**

Falten Sie die Bildmatrix B' mit einem Sobel-Filter zur Detektion horizontaler Kanten. Berechnen Sie dabei nur die Werte des inneren  $3 \times 7$ -Teils der Ergebnisbildmatrix.

#### Onlinefrage Nr. 5:

Wie lautet der betraglich größte Eintrag der Ergebnisbildmatrix aus Teilaufgabe 4.c? (a) 87 (b) 92 (c) 103



## Fakultät für Informatik

Übungen zu Kognitive Systeme Sommersemester 2019

- S. Constantin (stefan.constantin@kit.edu)
- P. Meißner (pascal.meissner@kit.edu)
- D. Reichard (daniel.reichard@fzi.de)
- F. Schneider (felix.schneider@kit.edu)

# Übungsblatt 5

Bildverarbeitung

Abgabe online im Ilias vor 11:30 Uhr, 17. Juli 2019

Bonuspunkte für die Klausur, die durch die Onlinefragen erhalten werden können, werden nur vergeben, wenn das Übungsblatt vollständig ins Ilias hochgeladen wird, d.h. Sie müssen sowohl die Lösungen der Onlinefragen ins Ilias eingeben als auch die Lösungen des Übungsblattes als PDF hochladen.

# Allgemeines

Nach der Übung werden die Musterlösungen im Internet zugänglich gemacht. Die Aufgaben werden in der Übung besprochen. Die Reihenfolge der angegebenen Lösungsmöglichkeiten der Online-Aufgaben entspricht nicht zwangsläufig der Reihenfolge der Lösungen im Internet. Weitere Informationen und Kontaktadressen finden Sie auf der Vorlesungsseite.

# Aufgabe 5.1 – Morphologische Operatoren

Gegeben sei die folgende binäre Bildmatrix B (0: Hintergrund, 255: Vordergrund):

#### 5.1.a

Geben Sie die Werte der mit X markierten Elemente der Ergebnisbildmatrix nach Anwendung einer morphologischen  $3\times3$  Schließen-Operation auf der Bildmatrix B an.

### 5.1.b

Geben Sie die Werte der mit X markierten Elemente der Ergebnisbildmatrix nach Anwendung einer morphologischen  $3\times3$  Öffnen-Operation auf der Bildmatrix B an.

#### Onlinefrage Nr. 1:

Wie groß ist in Teilaufgabe 5.1.a die Summe der mit X markierten Elemente? (a) 0, (b) 255, (c) 2295

# Aufgabe 5.2 – Geometrische 2D-Primitive

### 5.2.a

Transformieren Sie die Punkte  $P_1(-1 / 0)$ ,  $P_2(0 / -0.5)$  und  $P_3(1 / -1)$  in den Hough-Raum und zeichnen Sie die entsprechenden Funktionen in ein Hough-Diagramm mit  $\theta$  und r als Achsen. Bestimmen Sie grafisch den Schnittpunkt  $(r_p, \theta_p)$  der Kurven; die Benutzung eines Programms zum Zeichnen von Graphen ist erlaubt. Zeichnen Sie die Punkte  $P_1$ ,  $P_2$  und  $P_3$  sowie die durch  $(r_p, \theta_p)$  definierte Gerade in ein gemeinsames Schaubild.

#### Onlinefrage Nr. 2:

Wie groß ist in Teilaufgabe 5.2.a  $\theta$ , mit  $0 \le \theta < \pi$  (im Bogenmaß)? (a)  $\approx 0.9$ , (b)  $\approx 1.1$ , (c)  $\approx 1.4$ 

### 5.2.b

Um in eine gegebene Menge von Punkten die optimale Gerade im Sinne der euklidischen Norm einzupassen, wurde in der Vorlesung die Berechnung der Regressionsgeraden vorgestellt. Beschreiben Sie, in welchen Fällen die Bestimmung der Regressionsgeraden die geeignetere Variante ist und in welchen Fällen die Hough-Transformation vorzuziehen ist.

# Aufgabe 5.3 – Korrelation

Gegeben seien die drei Bildmatrizen A,  $B_1$ , und  $B_2$ :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 45 & 0 \\ 45 & 0 & 45 \\ 0 & 45 & 0 \end{pmatrix}, B_1 = \begin{pmatrix} 0 & 90 & 0 \\ 90 & 0 & 90 \\ 0 & 90 & 0 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 0 & 45 & 0 \\ 45 & 90 & 0 \\ 0 & 45 & 0 \end{pmatrix}$$

Zu berechnen ist im Folgenden jeweils die Korrelation zwischen A und  $B_1$  und die Korrelation zwischen A und  $B_2$ , um dem Ergebnis entsprechend  $B_1$  bzw.  $B_2$  als Korrespondenz zu A zuzuordnen.

### 5.3.a

Verwenden Sie die Sum of Absolute Differences (SAD).

### 5.3.b

Verwenden Sie die Sum of Squared Differences (SSD).

### 5.3.c

Verwenden Sie die Zero Mean Normalized Cross-Correlation (ZNCC).

#### Onlinefrage Nr. 3:

Was ist das Ergebnis der Korrelation in Teilaufgabe 5.3.c für die ZNCC zwischen A und der mit Hilfe der ZNCC bestimmten Korrespondenz? (a) 0, (b)  $\approx 0.61$ , (c) 1

# Aufgabe 5.4 - 3D-Transformationen

### 5.4.a

Berechnen Sie die Rotationsmatrix  $R_{X'Z'Y'}(\alpha, \beta, \gamma)$  für mitgedrehte Achsen (Euler-Winkel). Berechnen Sie nun die inverse Rotationsmatrix  $R_{X'Z'Y'}(\alpha, \beta, \gamma)^{-1}$ .

# 5.4.b

Berechnen Sie die Rotationsmatrix  $R_{YZX}(\gamma, \beta, \alpha)$  für feste Achsen.

# Aufgabe 5.5 – Kameramodell

Gegeben seien zwei Kameras  $K_1$  und  $K_2$  mit den extrinsischen Parametern  $R_1$ ,  $\mathbf{t}_1$  und  $R_2$ ,  $\mathbf{t}_2$ , die jeweils die Koordinatentransformation vom Weltkoordinatensystem in das jeweilige Kamerakoordinatensystem definieren.

### 5.5.a

Berechnen Sie den im Weltkoordinatensystem definierten Vektor  $\overrightarrow{C_1C_2}$ , wobei  $C_1$  das Projektionszentrum der Kamera  $K_1$  und  $C_2$  das Projektionszentrum der Kamera  $K_2$  ist.

#### Onlinefrage Nr. 4:

Wie lautet das Ergebnis aus Teilaufgabe 5.5.a? (a)  $R_1^T \mathbf{t_1} - R_2^T \mathbf{t_2}$ , (b)  $R_2^T \mathbf{t_2} - R_1^T \mathbf{t_1}$ , (c)  $R_1^T R_2^T (\mathbf{t_1} - \mathbf{t_2})$ 

### 5.5.b

Das Weltkoordinatensystem soll nun das Kamerakoordinatensystem der Kamera  $K_1$  sein. Berechnen Sie die entsprechend neuen extrinsischen Parameter  $R'_1$ ,  $\mathbf{t}'_1$  und  $R'_2$ ,  $\mathbf{t}'_2$ . Wie lautet der Vektor  $\overline{C_1C_2}'$  im neuen Weltkoordinatensystem?

# 5.5.c

Stellen Sie die homogene Transformationsmatrix T für eine Rotation R und eine Translation  $\mathbf t$  auf. Stellen Sie auch die inverse Transformationsmatrix  $T^{-1}$  auf.

# Aufgabe 5.6 – Epipolargeometrie

Gegeben seien der Aufbau und die Definitionen aus Aufgabe 2 des vierten Übungsblattes, wobei der Index 1 für die linke Kamera steht und der Index 2 für die rechte. Der Bildhauptpunkt liegt für beide Kameras im Bildpunkt  $C(320\ /\ 240)$ .

## 5.6.a

Bestimmen Sie die Kalibriermatrizen  $K_1$  und  $K_2$  und die Projektionsmatrizen  $P_1$  und  $P_2$ .

# 5.6.b

Berechnen Sie die Essentialmatrix E, die Fundamentalmatrix F und die Epipole  $e_1$ ,  $e_2$ .

# 5.6.c

Berechnen Sie die Epipolarlinie l $_2$  (im Bild der rechten Kamera) zum Bildpunkt  $P_1(200\ /\ 200)$  der linken Kamera.

#### Onlinefrage Nr. 5:

Wie lautet das Ergebnis aus Teilaufgabe 5.6.c? (a)  $(0\ 0.2\ -40)^T$ , (b)  $(0.2\ 0\ 0)^T$ , (c)  $(0\ 0.2\ -60)^T$ 

### Fakultät für Informatik

Übungen zu Kognitive Systeme Sommersemester 2019

S. Constantin (stefan.constantin@kit.edu)

P. Meißner (pascal.meissner@kit.edu)

D. Reichard (daniel.reichard@fzi.de)

F. Schneider (felix.schneider@kit.edu)

# Übungsblatt 6

Wissensrepräsentation, Planung und Robotik

Abgabe online im Ilias vor 11:30 Uhr, 24. Juli 2019

Bonuspunkte für die Klausur, die durch die Onlinefragen erhalten werden können, werden nur vergeben, wenn das Übungsblatt vollständig ins Ilias hochgeladen wird, d.h. Sie müssen sowohl die Lösungen der Onlinefragen ins Ilias eingeben als auch die Lösungen des Übungsblattes als PDF hochladen.

# Allgemeines

Nach der Übung werden die Musterlösungen im Internet zugänglich gemacht. Die Aufgaben werden in der Übung besprochen. Die Reihenfolge der angegebenen Lösungsmöglichkeiten der Online-Aufgaben entspricht nicht zwangsläufig der Reihenfolge der Lösungen im Internet. Weitere Informationen und Kontaktadressen finden Sie auf der Vorlesungsseite.

# Aufgabe 6.1 - Resolution und DPLL

#### 6.1.a

Geben Sie die Konjunktive Normalform folgender Sätze an. Erstellen Sie hierfür zuerst eine Wahrheitstabelle.

$$\begin{array}{ccc} \text{(i)} \ \alpha = \neg A \vee (B \wedge C), & \text{(ii)} \ \beta = (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge C), \\ & \text{(iii)} \ \gamma = (A \wedge B) \vee \neg C. \end{array}$$

#### 6.1.b

Gegeben sei die Klauselmenge

$$(\neg A \lor B), (A \lor \neg B \lor C), (B \lor \neg C), (\neg B).$$

Leiten Sie folgende Aussagen (falls möglich) durch Widerspruchsbeweis ab.

(i) 
$$\neg C$$
, (ii)  $A$ , (iii)  $\neg B$ .

Onlinefrage Nr. 1:

Welche Aussage können Sie nicht ableiten? (a) A (b)  $\neg B$  (c)  $\neg C$ 

#### 6.1.c

Zeigen Sie mit Hilfe des DPLL-Verfahrens, daß folgende Klauselmenge S erfüllbar ist:

#### Onlinefrage Nr. 2:

Für welches der folgenden Symbole existiert jeweils für alle Belegungen ein Modell, das S erfüllt, und das vom DPLL-Algorithmus gefunden wird? (a) E (b) C (c) A

# Aufgabe 6.2 - STRIPS & ADL

Das Problem des Luftfrachttransportes besteht aus dem Be- und Entladen von Flugzeugen, und das Fliegen von einem Flughafen zu einem anderen. Hierfür können die Aktionen Load, Unload und Fly definiert werden. Außerdem werden die zwei Prädikate In(c,p) und At(x,a) benötigt. In(c,p) bedeutet, dass die Fracht c sich in dem Flugzeug p befindet. At(x,a) bedeutet, dass sich ein Objekt (Flugzeug oder Fracht) am Flughafen a befindet (, wobei sich die Fracht nicht am Flughafen befindet, solange sie in einem Flugzeug ist).

#### 6.2.a

Definieren Sie die Aktionen Load, Unload und Fly durch die Liste der Parameter, Vorbedingung und Effekt in STRIPS.

#### 6.2.b

Die Fracht  $C_1$  und das Flugzeug  $P_1$  befinden sich am Flughafen Frankfurt (FRA) und soll nach New York (JFK) transportiert und abgeladen werden. Dort soll die Fracht  $C_2$  aufgeladen, nach Frankfurt transportiert und dort abgeladen werden. Geben Sie Initialzustand und Zielzustand des Planungsproblems in STRIPS an.

Geben Sie eine Folge von Aktionen mit Parametern in STRIPS an, welche das genannte Problem löst.

#### 6.2.c

In diesem Aufgabenteil sollen sich die Fracht  $C_1$  und das Flugzeug  $P_1$  am Flughafen Frankfurt (FRA) befinden. Am Flughafen New York (JFK) befindet sich die Fracht  $C_2$ . Ziel soll sein, dass sich beide Frachtstücke am gleichen Flughafen befinden. Geben Sie Initialzustand und Zielzustand des Planungsproblems in der Planungssprache ADL an.

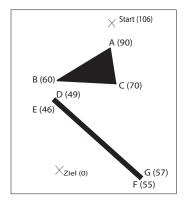
Geben Sie eine Folge von Aktionen mit Parametern in ADL an, welche das oben beschriebene Problem löst.

# Aufgabe 6.3 - Bahnplanung

Gegeben sei die unten abgebildete Hinderniskonstellation mit einem punktförmigen mobilen Roboter am Startpunkt und einem gegebenen Zielpunkt. Der Bildrahmen sei hierbei kein Hindernis. Die Eckpunkte sind durch Großbuchstaben gekennzeichnet und mit der Entfernung zum Zielpunkt angegeben. In der Tabelle sind die Distanzen zwischen den

Punkten angegeben.

Hinweis: Sie können sich die Abbildung zur Bearbeitung auch von der Vorlesungshomepage herunterladen und nochmals ausdrucken.



Start A B	Start 0 17	A 17 0	B 54 43	C 41 24	D 63 50	67 53	F 108 91	106 90	90
C D	54 41 63	43 24 50	41 12	41 0 41	12 41 0	15 45 4	87 67 80	-	60 70 49
E F G Ziel	67 108 106 106	53 91 90 90	15 87 87 60	45 67 65 70	4 80 80 49	0 80 80 46	80 0 4 55	4	46 55 57 0

#### 6.3.a

Bestimmen Sie zunächst graphisch den Konfigurationsraum, den Hindernisraum und den Freiraum. Wie können Sie Hindernis- und Freiraum anpassen, wenn der Roboter zwar einen Durchmesser von d besitzt, Sie aber trotzdem von einem punktförmigen Roboter ausgehen wollen?

#### 6.3.b

Bilden Sie nun kollisionsfreie Teilstrecken zwischen den Hindernissen, indem Sie einen Sichtgraphen erstellen. Skizzieren Sie den Graph.

#### Onlinefrage Nr. 3:

Wieviele Kanten besitzt der Graph ? (a) 19 (b) 12 (c) 9

#### 6.3.c

Geben Sie den Suchbaum und die Punktfolge an, welche die unten genannten Planer ermitteln würden. Hierbei gilt

g(n): Kosten vom Startknoten zum Knoten n.

h(n): Kosten des direkten Weges vom Knoten n<br/> zum Zielknoten.

Verfolgen Sie keine Pfade weiter, wenn bekannt ist, dass der Knoten auch durch gleiche oder geringere Kosten erreicht werden kann. Verfolgen Sie auch keine Pfade, die zurück zum vorgelagerten Knoten führen.

- 1. Der Planer expandiert jeweils den Knoten n, bei dem die Evalutionsfunktion h(n) minimal ist.
- 2. Der Planer expandiert jeweils den Knoten n, bei dem die Evalutionsfunktion f(n) = g(n) + h(n) minimal ist.

Wie heißen die Algorithmen, die die beiden Planer verwenden?

#### Onlinefrage Nr. 4:

Wie lange ist die vom zweiten Planer ermittelte Wegstrecke? (a) 187 (b) 121 (c) 115

### 6.3.d

Zeichnen Sie das Voronoi-Diagramm (in grober Annäherung, nicht exakt) zu dieser Hinderniskonstellation ein. Betrachten Sie hierbei jede Seite des Begrenzungsrahmens als ein Hindernis.

# 6.4 - Quaternionen

#### 6.4.a

Gegeben sei das Quaternion  $q_1=(s,(x,y,z))=(2,(4,-3,0)).$  Berechnen Sie das multiplikativ inverse Quaternion  $q_1^{-1}.$ 

# 6.4.b

Rotieren Sie den Punkt  $\vec{x}=(0,0,3)$  mit dem Quaternion  $q_2=(\frac{\sqrt{2}}{2},(\frac{\sqrt{2}}{2},0,0)).$ 

## 6.4.c

Onlinefrage Nr. 5:

Welche Arten von Koordinatentransformationen lassen sich durch Quaternionen darstellen?

(a) nur Translationen (b) nur Rotationen (c) Translationen und Rotationen